**3.1 até 3.3 – Situações de financiamento**

$VP=parc\left[\frac{1-\left(1+i\right)^{-n}}{i}\right]$ **(3.1)**

 $AV-E=parc\left[\frac{1-\left(1+i\right)^{-n}}{i}\right]$ **(3.2)**

$\left(AV-E\right)×\left(1+i\right)^{k-1}=parc\left[\frac{1-\left(1+i\right)^{-n}}{i}\right]$ **(3.3)**

As fórmulas apresentadas acima são apresentadas nas seções 3.1, 3.2 e 3.3 e servem para calcular o valor presente ou valor de uma parcela de uma situação de financiamento. A primeira (3.1) é usada nos casos de financiamento do valor integral de um produto ou serviço, a segunda (3.2) para casos em que o financiamento envolva entrada na operação e a última (3.3) em situações que envolvam entrada e carência. Abaixo um exemplo completo para entendimento do cálculo.

**Exemplo:** Um produto, cujo valor à vista é R$ 500,00, pode ser financiado com entrada de R$ 300,00 e o restante quitado em 12 vezes mensais e iguais, sob taxa de juros compostos de 2,5% a.m.. Ademais, o vendedor oferece o pagamento da primeira parcela após 3 meses do ato da compra (ou seja, um prazo de carência de 2 meses). Determinar o valor da prestação, caso o produto seja financiado.

**Resolução:**

$$\left(500-300\right)×\left(1+0,025\right)^{3-1}=parc\left[\frac{1-\left(1+0,025\right)^{-12}}{0,025}\right]$$

$$parc=R\$ 20,48$$

**Pela calculadora financeira**:

|  |  |
| --- | --- |
| **Teclas** | **Visor da calculadora (duas casas decimais)** |
| f CLX | 0,00 |
| 500 ENTER | 500,00 |
| 300 - ENTER | 200,00 |
| 1 ENTER | 1,00 |
| 0,025 + ENTER | 1,03 |
| 3 ENTER | 3,00 |
| 1 - $y^{x}$ x CHS PV | - 210,13 |
| 12 n | 12,00 |
| 2,5 i | 2,50 |
| PMT | 20,48 |

**3.4 – Determinação da taxa de juros do valor presente**

Para achar a taxa de juros de uma operação, se deve seguir os três passos apresentados abaixo.

**Passo 1:** $f\left(i\right)=\frac{VP}{parc}\*i+\left(1+i\right)^{-n}-1$ (testar uma taxa arbitraria. Se em módulo ela for $\leq 0,0001$ então é a taxa do financiamento e o exercício acaba neste passo. Caso contrário, fazer passos 2 e 3).

**Passo 2:** $f^{'}\left(i\right)=\frac{VP}{parc}-n\*\left(1+i\right)^{-n-1}$

**Passo 3:** $i\_{j+1}=i-\frac{f\left(i\right)}{f^{'}\left(i\right)}$(o passo 3 irá fornecer nova taxa de juros a ser testada, e dessa forma, inicia-se novamente pelo passo 1.

**Exemplo:** Determinado produto no valor de R$ 1.000,00 foi financiado em 12 prestações mensais e iguais no valor de R$ 100,00. Determinar a taxa de juros mensais da operação.

**Resolução:**

Usarei taxa de 2,8% a.m. para descobrir o valor da taxa de juros da operação.

$$P1:f\left(0,028\right)=\frac{1.000}{100}\*0,028+\left(1+0,028\right)^{-12}-1= -0,002069$$

0,002069 é maior do que 0,0001 e dessa forma vamos para passos 2 e 3.

$$P2: f^{'}\left(0,028\right)=\frac{1.000}{100}-12\left(1+0,028\right)^{-13}=1,619484$$

$$P3: i\_{j+1}=0,028-\frac{-0,002069}{1,619484}=0,029278$$

Voltando para passo 1.

$$P1:f\left(0,029278\right)=\frac{1.000}{100}\*0,029278+\left(1+0,029278\right)^{-12}-1=0,000087$$

0,000087 é menor ou igual a 0,0001, dessa forma a taxa encontrada é a taxa cobrada na operação.

Resposta: $0,029278=2,9278 ≅2,93\% a.m..$

**Pela calculadora financeira**:

|  |  |
| --- | --- |
| **Teclas** | **Visor da calculadora (duas casas decimais)** |
| f CLX | 0,00 |
| 1000 CHS PV | -1.000,00 |
| 12 n | 12,00 |
| 100 PMT | 100,00 |
| i | 2,92 |

Perceba que resultado é levemente diferente e isto se deve ao arredondamento quando o processo foi conduzido pelas fórmulas.

**4.1: Valor futuro – aplicações**

$$VF=dep\left[\frac{\left(1+i\right)^{n}-1}{i}\right]$$

**Exemplo:** Pessoa investe em determinada aplicação R$ 100,00 por mês durante 1 ano, a uma taxa de juros de 1,5% a.m.. Determinar o saldo da aplicação ao seu término.

**Resolução:**

$$VF=100\left[\frac{\left(1+0,015\right)^{12}-1}{0,015}\right]=>VF=R\$ 1.304,12$$

**Pela calculadora financeira:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Teclas** | **Visor da calculadora (duas casas decimais)** |
| f CLX | 0,00 |
| 100 PMT | 100,00 |
| 12 n | 12,00 |
| 1,5 i | 1,50 |
| FV | - 1.304,12 |

**4.2: Determinação da taxa de juros do valor futuro**

**Passo 1:** $f\left(i\right)=\frac{VF}{dep}\*i-\left(1+i\right)^{n}+1$ (testar taxa. Se em módulo ela for $\leq 0,0001$ então é a taxa da aplicação. Caso contrário, fazer passos 2 e 3).

**Passo 2:** $f^{'}\left(i\right)=\frac{VF}{dep}-n\*\left(1+i\right)^{n-1}$

**Passo 3:** $i\_{j+1}=i-\frac{f\left(i\right)}{f^{'}\left(i\right)}$(o passo 3 irá fornecer nova taxa de juros a ser testada, e dessa forma, inicia-se novamente pelo passo 1)

Perceba que o exemplo foi dispensado. Com pequena variação nas fórmulas, o processo de resolução é exatamente igual ao apresentado na seção 3.4

**4.3: Amortização (SAC/ PRICE)**

Situação onde determinada dívida ou compromisso financeiro deverá ser saldado no tempo. Os regimes de amortização que iremos tratar é o SAC (Sistema de Amortização Constante) e o PRICE (onde a prestação paga é constante até o fim do período). Na tabela abaixo é apresentado um comparativo entre os dois sistemas de amortização.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Item** | **SAC** | **PRICE** |
| **Prestações** | Decrescente | Constante |
| **Amortizações** | Constante | Crescente |
| **Juros** | Decrescente | Decrescente |
| **Vantagens** | Saldo devedor, quando comparado ao PRICE, diminui rapidamente e o valor das prestações cai continuamente | Valor da prestação é sempre igual |
| **Desvantagens** | Prestação inicial maior; prestações variam todos os meses | Saldo devedor diminui lentamente quando comparado ao SAC; valor da prestação não diminui |

**Exemplo:** Um empréstimo de R$ 15.000,00 foi parcelado em 3 vezes mensais e iguais, com taxa de juros compostos de 3% a.m.. Determinar sistema de amortização pelo SAC e pelo PRICE.

**Resolução pelo SAC:**

Para descobrir o valor da amortização, deve-se pegar o valor total da dívida e dividir pelo número de parcelas:

$$A=\frac{15.000}{3}=R\$ 5.000,00$$

O saldo devedor no momento 0 é igual a R$ 15.000,00.

No mês 1 é R$ 10.000,00 (15.000 – amortização).

No mês 2 é R$ 5.000,00 (10.000 – amortização).

No mês 3 é R$ 0,00 (5.000 – amortização).

Para descobrir os juros pagos em cada mês basta:

No mês 1 multiplicar 15.000,00 \* 3% = R$ 450,00.

No mês 2 multiplicar 10.000,00 \* 3% = R$ 300,00.

No mês 3 multiplicar 5.000 \* 3% = R$ 150,00.

Para descobrir prestação paga em cada mês basta somar o valor da amortização com os juros do período:

No mês 1 ficaria 5.000 + 450 = R$ 5.450,00.

No mês 2 temos 5.000 + 300 = R$ 5.300,00.

No mês 3 temos 5.000 + 150 = R$ 5.150,00.

Preenchendo tabela SAC com informações:

**Tabela – Plano de amortização do empréstimo pelo SAC:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **t** | **Saldo devedor (SD)** | **Amortização (A)** | **Juros (J)** | **Prestação (P)** |
| 0 | 15.000 | - | - | - |
| 1 | 10.000 | 5.000 | 450 | 5.450,00 |
| 2 | 5.000 | 5.000 | 300 | 5.300,00 |
| 3 | - | 5.000 | 150 | 5.150,00 |
| **Total** | **-** | **15.000,00** | **900,00** | **15.900,00** |

**Resolução pelo PRICE:**

Para descobrir o valor da prestação usamos:

$$parc=VP\left[\frac{\left(1+i\right)^{n}×i}{\left(1+i\right)^{n}-1}\right]$$

$parc=15000\left[\frac{\left(1+0,03\right)^{3}×0,03}{\left(1+0,03\right)^{3}-1}\right]=R\$ 5.302,96$ e preenche todos os valores com este valor na coluna prestação.

Calculado valores do mês 1:

Juros = 15.000 \* 3% = R$ 450,00.

Amortização = 5.302,96 – 450,00 = R$ 4.852,96.

Saldo devedor = 15.000,00 – 4.852,96 = R$ 10.147,04.

Calculando valores do mês 2:

Juros = 10.147,04 \* 3% = R$ 304,41.

Amortização = 5.302,96 – 304,41 = R$ 4.998,55.

Saldo devedor = 10.147,04 – 4.998,55 = R$ 5.148,49.

Calculando valores do mês 3:

Juros = 5.148,49 \* 3% = R$ 154,45.

Amortização = 5.302,96 – 154,45 = R$ 5.148,51.

Saldo devedor = R$ 5.148,49 – 5.148,51 = -0,02 (dívida zerada **\***)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **t** | **Saldo devedor (SD)** | **Amortização (A)** | **Juros (J)** | **Prestação (P)** |
| 0 | 15.000 | - | - | - |
| 1 | 10.147,04 | 4.852,96 | 450,00 | 5.302,96 |
| 2 | 5.148,49 \* | 4.998,55 | 304,41 | 5.302,96 |
| 3 | - | 5.148,51 **\*** | 154,45 | 5.302,96 |
| **Total** | **-** | **15.000,00** | **908,86** | **15.908,88** |

\* Normal está pequena diferença entre 1 e 3 centavos por conta dos arredondamentos. Ela ocorre por conta das aproximações realizadas para a segunda casa decimal. instituições financeiras abatem esse valor para zerar a dívida do cliente.